b. Déterminer $g(A)$.

c. Déduire la construction du centre de g.

5. a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que $h(A)=C$ et $h(I)=J$.

b. Montrer que h est une symétrie glissante.

c. Montrer que $h(B)=D$.

6. On propose de déterminer les éléments caractéristiques de h en utilisant deux méthodes.

Première méthode

a. Déterminer $h\circ S_{(AB)}(A)$ et $h\circ S_{(AB)}(B)$.

En déduire $h\circ S_{(AB)}$.

b. Déterminer les éléments caractéristiques de h.

Deuxième méthode

a. On pose $D'=h(D)$.

Montrer que $\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CD'}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et $CD'=AD$.

En déduire que D' est le symétrique de B par rapport à C.

b. En déduire les éléments caractéristiques de h.

c. Construire le point $C'=h(C)$.

7. Le cercle de diamètre $[AB]$ recoupe $[AC]$ en E.

Le cercle de diamètre $[CD]$ recoupe $[CC']$ en E'.

Soit F le symétrique de E' par rapport à (IJ).

Montrer que (EF) est parallèle à (AD).

27 On considère AFED un carré de coté 4 cm tel que $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et O son centre.

On désigne par B et O_1 les symétriques respectifs de A et O par rapport à la droite (EF).

1. a. Soit r la rotation définie par $r(F)=E$ et $r(E)=D$. préciser l'angle et le centre de r.

b. Soit $f=r\circ S_{(OO_1)}$ où $S_{(OO_1)}$ désigne la symétrie orthogonale d'axe (OO_1). Montrer que f est la symétrie orthogonale d'axe (OE).

2. Soit $r'=t_{\overrightarrow{OO_1}}\circ r^{-1}$ où $t_{\overrightarrow{OO_1}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{OO_1}$ et r^{-1} la rotation réciproque de r

a. Montrer que r' est une rotation dont on précisera l'angle.

b. Déterminer $r'(O)$. En déduire que F est le centre de r'.

3. On désigne par g l'antidéplacement défini par $g(D)=F$ et $g(O)=O_1$.

a. Montrer que g est une symétrie glissante et déterminer sa forme réduite.

b. Soit M un point du plan. Montrer que $g(M)=r'(M)$, si et seulement si, $f(M)=M$.

c. En déduire l'ensemble des points M tels que $g(M)=r'(M)$.

28 Soit ABC un triangle tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$, O est le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC et I est le point d'intersection des bissectrices intérieures de ce triangle. Les points P et Q appartiennent respectivement aux demi-droites $[CA)$ et $[BA)$ et vérifient $CP=BQ=BC$.

1. a. Montrer que la droite (CI) est la médiatrice du segment $[PB]$ et que la droite (BI) est la médiatrice du segment $[CQ]$.

b. Montrer que $\left(\overrightarrow{CP},\overrightarrow{QB}\right)\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

2. Soit f la rotation qui transforme C en Q et P en B.

a. Montrer que f a pour centre I et pour angle $\frac{2\pi}{3}$.

b. Montrer que $\left(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}\right)\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

c. Montrer que les points I, P et Q sont alignés.

3. On pose $O_1=f(O)$ et $O_2=f(O_1)$.

a. Montrer que $O=f(O_2)$.

b. En déduire que le triangle OO_1O_2 est équilatéral et que la droite (OI) est la médiatrice du segment $[O_1O_2]$.

4. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et $g=f\circ r\circ f$.

a. Montrer que g est une translation.

Vérifier que $g(O_2)=O_1$. En déduire le vecteur de translation.

b. Montrer que $r(B)=C$. En déduire que $g(P)=Q$.

c. Montrer alors que les droites (OI) et (PQ) sont perpendiculaires.